UNIVERSITE MOHAMMED PREMIER

Recueil d'exercices

Physique Nucléaire

Prof. Tayalati Yahya

2013-2014

Exercice 1.

Calculer l'énergie de liaison moyenne par nucléon du noyau de ^4_2He et celle du $^{12}_6C$.

Données : La masse de l'atome neutre d'hélium vaut 4.002604 u, la masse de l'atome d'hydrogène neutre vaut 1.007825 u et la masse d'un neutron vaut 1.008665 u.

Solution :

En considérant que la masse du noyau est quasiment égale à la masse de l'atome. $m(^4_2He) = 2.m_p + 2.m_n - \Delta m$ alors $\Delta m = 2.m_p + 2.m_n - m(^4_2He)$.

Application numérique :

$$E_l = 2 * 1.007825 + 2 * 1.008665 - 4.002604 = 0.030376u$$

L'énergie moyenne de liaison par nucléon est alors:

$$\overline{E_l} = E_l/4 = 0.007594u$$

L'énergie associé à une masse de 1u est égale à 931*MeV,* on déduit que :

$$\overline{E_l} = 7.073811MeV$$

De même pour le noyau du $^{12}_6C$.

$$E_l = 6 * 1.007825 + 6 * 1.008665 - 12 = 0.09894u$$

$$\overline{E_l} = E_l/12 = 0.008245u$$

$$\overline{E_l} = 7.6802175MeV$$

Exercice 2.

Le cuivre naturel se compose de deux isotopes *^{63}Cu* et *^{65}Cu* avec les abondances isotopiques respectives *a_{63}=69%* et *a_{65}=31%*. La masse d'un atome du cuivre naturel est 63,546u.

Calculer les nombres de noyaux *^{63}Cu* et *^{65}Cu* contenus dans un échantillon de cuivre de masse *m=10g.*

Solution :

On sait que $1\ g = N_A.u$ donc la masse de l'échantillon vaut $m = 10.N_A.u$.

Le nombre total d'atome contenu dans cet échantillon est : $N = \frac{m}{m(Cu)}$

$$N = 94.73 * 10^{21} atomes,$$

en multipliant par l'abondance de chaque isotope on peut trouver le nombre de noyau :

$$N_{^{63}Cu} = a_{63} * N = 65.3637 * 10^{21} atomes$$

$$N_{^{65}Cu} = a_{65} * N = 29.3663 * 10^{21} atomes$$

Exercice 3.

Calculer l'équivalent en énergie en Joule puis en MeV de la masse de l'électron au repos. Même question pour un proton.

Données : $\boldsymbol{m_e = 0.911.10^{-30} Kg}$, $\boldsymbol{m_p = 1.672\ 10^{-27} Kg}$ ***et*** $\boldsymbol{c = 299792458\ m.s^{-1}}$

<u>Solution :</u>

On a comme donnée :

$m_e = 0.911.10^{-30} Kg$

$m_p = 1.672\ 10^{-27} Kg$

$c = 299792458\ m.s^{-1}$

$m_{e.}c^2 = 0.911.10^{-30} * (2.99792458 * 10^8)^2 Kg.m^2.s^{-2} = 8.18766.10^{-14} J$

Or $1eV = 1.602 * 10^{-19} J$ il vient que :

$$m_{e.}c^2 = 8.18766.\frac{10^{-14}}{1.602 * 10^{-19}} = 0.511 MeV$$

De même on trouve pour le proton :

$$m_{p.}c^2 = 1.672.10^{-27} * (2.99792458 * 10^8)^2 Kg.m^2.s^{-2} = 15.027210^{-11} J$$

$$m_{p.}c^2 = 15.0272.\frac{10^{-11}}{1.602 * 10^{-19}} = 938.027 MeV$$

Exercice 4.

Le nuclide $^{141}_{58}Ce$ se désintègre par rayonnement β⁻ dont les énergies cinétiques maximales sont respectivement 0,435 et 0,580 MeV. 30% des particules β⁻ sont émises en coïncidence avec des photons γ d'énergie 0,145 MeV et il n'existe pas d'autre rayonnement γ.

1) **Représenter le diagramme énergétique de la désintégration**
2) **Calculer la masse de l'atome $^{141}_{58}Ce$ sachant que la masse de l'atome neutre $^{141}_{59}Pr$ est 140,9075964 u.**

<u>Solution :</u>

Rappel : Etude de la désintégration β^-

La désintégration β^- est caractérisée par la transformation d'un neutron en proton avec émission d'un électron est un anti neutrino électronique. $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

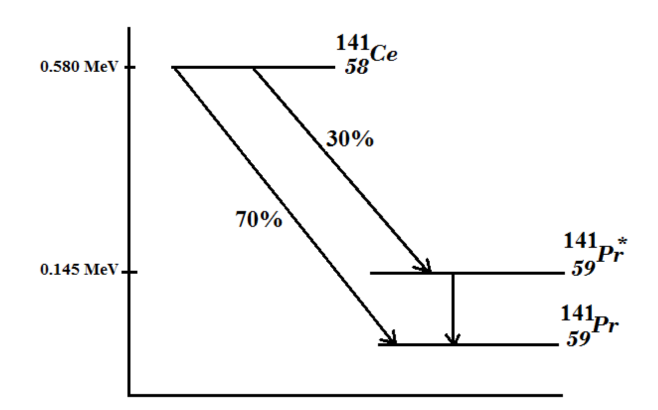
Au niveau nucléaire nous avons la transformation suivante :

$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + e^- + \bar{\nu}_e $$

Dans le cas de la désintégration du noyau du "Cérium" on est dans le cas où ${}_{Z}^{A}X = {}_{58}^{141}Ce$ alors ${}_{Z+1}^{A}Y = {}_{59}^{141}Pr$ donc le noyau fils est celui du "Praséodyme".

1- D'après l'énoncé nous avons deux spectres d'émission beta dont 30% des cas accompagné d'émission de photon gamma. Ce qui veut dire que dans 30% des cas le noyau fils est obtenu dans un état excité.

Le diagramme de désintégration (est dirigé vers le sens des Z croissant).



2- Nous considérons la conservation de l'énergie totale lors de la désintégration β^- .

$$ m({}_{Z}^{A}X) = m({}_{Z+1}^{A}Y) + m(e^-) + T_e + T_\nu + E^* $$

E* est l'énergie d'excitation du noyau fils et où on a négligé le recul du noyau fils.

a- Nous allons maintenant appliquer cette relation au cas de la désintégration β^- où le noyau fils est obtenu à l'état fondamental. (E*=0).

La relation de conservation de l'énergie totale devient :

$$ m({}_{Z}^{A}X) = m({}_{Z+1}^{A}Y) + m(e^-) + T_e + T_\nu $$

$$ m({}_{Z}^{A}X) + Z.m(e^-) = m({}_{Z+1}^{A}Y) + (Z+1).m(e^-) + T_e + T_\nu $$

Ou en fonction des masses des atomes :

$$ M({}_{Z}^{A}X) + El(Ze^-) = M({}_{Z+1}^{A}Y) + El((Z+1).(e^-)) + T_e + T_\nu $$

En négligeant la différence entre les énergies de liaison des électrons aux atomes.

$$ M({}_{Z}^{A}X) = M({}_{Z+1}^{A}Y) + +T_e + T_\nu = M({}_{Z+1}^{A}Y) + T_{\beta_{max}} $$

Application numérique :

$$M({}^{A}_{Z}X) = 140{,}9075964\text{u} + \frac{0{,}580}{931.5} = 140.90821905u$$

b- Nous allons maintenant reprendre cette exercice en considérant la désintégration β⁻ vers un noyau fils excité.

$$m({}^{A}_{Z}X) = m({}_{Z+1}^{\ A}Y) + m(e^-) + T_e + T_\nu + E^*$$

En termes de masse atomique on a :

$$M({}^{A}_{Z}X) = M({}_{Z+1}^{\ A}Y) + +T_e + T_\nu + E^* = M({}_{Z+1}^{\ A}Y) + T_{\beta_{max}} + E^*$$

Application numérique :

$$M({}^{A}_{Z}X) = 140{,}9075964\text{u} + \frac{(0{,}435 + 0.145)}{931.5} = 140.90821905u$$

Exercice 5.

Le nuclide ${}^{62}_{30}Zn$ peut se désintégrer par β⁺ ou par capture électronique K pour donner ${}^{62}_{29}Cu$. L'énergie cinétique maximale du positron est 0,66 MeV.

1) **Tracer le schéma de désintégration de ${}^{62}_{30}Zn$**
2) **Quelle est l'énergie maximale du neutrino dans la désintégration β⁺**
3) **Calculer l'énergie du neutrino de la capture K**

On négligera dans les calculs les corrections de recul et les énergies de liaisons électroniques

<u>Solution :</u>

Rappel : Etude de la désintégration β+

La désintégration est caractérisée par la transformation d'un neutron en proton avec émission d'un électron est un neutrino électronique. $p \rightarrow n + e^- + \upsilon_e$

Au niveau nucléaire nous avons la transformation suivante :

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{\ A}Y + e^+ + \upsilon_e$$

Bilan Energétiques :

$$m({}^{A}_{Z}X) = m({}_{Z-1}^{\ A}Y) + m(e^+) + T_e + T_\nu + E^*$$

$$m({}^{A}_{Z}X) + Z.m(e^-) = m({}_{Z-1}^{\ A}Y) + (Z-1).m(e^-) + 2.m(e^-) + T_e + T_\nu + E^*$$

Donc en termes de masse atomiques :

$$M({}^{A}_{Z}X) + El(Ze^-) = M({}_{Z-1}^{\ A}Y) + El(Z-1)e^-) + 2.m(e^-) + T_e + T_\nu + E^*$$

En négligeant la différence entre les énergies de liaison des électrons aux atomes.

$$M({}^{A}_{Z}X) = M({}_{Z-1}{}^{A}Y) + 2.m(e^-) + T_{\beta_{max}} + E^*$$

La désintégration n'ai possible que si :

$$M({}^{A}_{Z}X) \geq M({}_{Z-1}{}^{A}Y) + 2.m(e^-)$$

Rappel : la capture électronique C.E.

La capture électronique est caractérisée par la transformation d'un neutron en proton avec émission d'un neutrino électronique. $p + e^- \to n + \upsilon_e$.

Au niveau nucléaire nous avons la transformation suivante :

$${}^{A}_{Z}X \to {}_{Z-1}{}^{A}Y + \upsilon_e$$

Bilan Energétiques :

$$m({}^{A}_{Z}X) + m(e^+) - El(e) = m({}_{Z-1}{}^{A}Y) + T_\nu + E^*$$

$$m({}^{A}_{Z}X) + Z.m(e^-) - El(e) = m({}_{Z-1}{}^{A}Y) + (Z-1).m(e^-) + T_\nu + E^*$$

Donc en termes de masse atomiques :

$$M({}^{A}_{Z}X) - El(e^-) = M({}_{Z-1}{}^{A}Y) + El(Z-1)e^-) + T_\nu + E^*$$

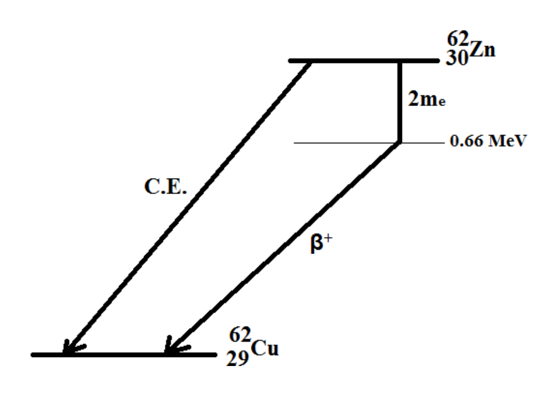
En négligeant la différence entre les énergies de liaison des électrons aux atomes.

$$M({}^{A}_{Z}X) - El(e^-) = M({}_{Z-1}{}^{A}Y) + T_\nu + E^*$$

La désintégration n'ai possible que si :

$$M({}^{A}_{Z}X) \geq M({}_{Z-1}{}^{A}Y) + -El(e^-)$$

1-



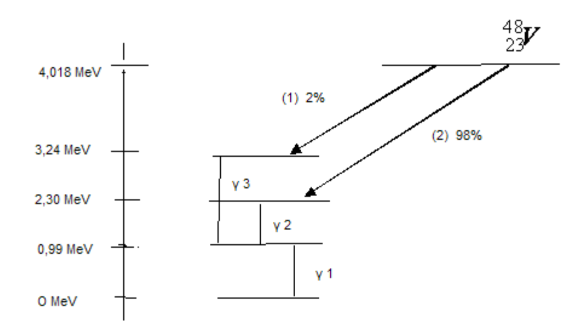
2- l'énergie maximale du neutrino dans la désintégration vaut aussi 0.66MeV, elle est atteinte lorsque le positron est créé au repos.

3- Si les corrections de recul et les énergies de liaisons électroniques sont négligé, le neutrinos va prendre la totalité de l'énergie de la capture électronique :

$$T_\nu = 0.66 + 2.m(e^-) = 1.682\ MeV$$

Exercice 6.

Le vanadium $^{48}_{23}V$ se désintègre selon le schéma suivant



1) **Identifier les modes de désintégrations possibles pour chacune des voies (1) et (2). Justifier la réponse en utilisant les données indiquées dans le schéma.**
2) **Sachant que l'émission β^+ représente 57% de la voie (2), retracer le schéma en indiquant séparément les modes de désintégration et leur pourcentage absolu.**
3) **Calculer pour chaque mode, l'énergie cinétique totale des rayonnements émis (à l'exception des raies γ). On négligera les énergies de liaison des électrons et l'énergie de recul du noyau ^{48}Ti.**
4) **Calculer les énergies et les pourcentages d'émission des raies γ_1, γ_2 et γ_3.**
5) ***Le spectre des rayonnements gamma montre l'existence d'un autre groupe de photons*** **γ_4. Identifier l'origine de ces photons et donner leur énergie et leur intensité.**

Solution :

1- Le mode de désintégration (1) peut être aussi bien une désintégration beta plus ou une capture électronique.

Mais, en calculant la différence entre le niveau d'énergie du vanadium et du Titan excité :

$$\Delta E = 4.018 - 3.24 = 0.778MeV < 2.m_e$$

Seule la capture électronique est possible.

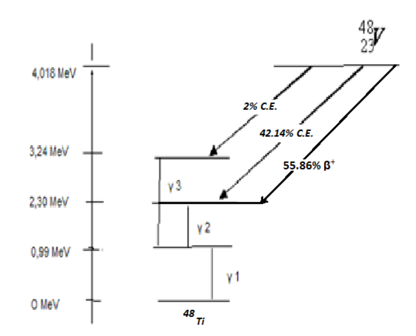
De même pour le mode de désintégration (2) nous avons $\Delta E = 4.018 - 2.30 = 1.718MeV > 2.m_e$ Les deux processus de désintégration sont alors possibles.

2- Calculons tout d'abord les différents rapports d'embranchement :

(1) : $R_{C.E.}$=2%

(2) : $R_{C.E.}$=43*98/100=42.14%

$R_{\beta+}$=57*98/100=55.86%



3- Pour la voie (1) (C.E.):

Il y'a émission d'un neutrino électronique mono énergétique et on a:

$$T_\nu = E_V - (E_{Ti} + E_{Ti}{}^*) = 4.018 - 3.24 = 0.778 MeV$$

Pour la voie (2) :

Lors de la C.E. un neutrino électronique est émis avec l'énergie cinétique :

$$T_\nu = E_V - (E_{Ti} + E_{Ti}{}^*) = 4.018 - 2.30 = 1.718\ MeV$$

Lors de la désintégration beta plus un neutrino et un positron sont émis simultanément est vont se partager l'énergie de la désintégration.

$$T_\nu + T_e = T_{\beta max} = E_V - (E_{Ti} + E_{Ti}{}^*) - 2m_e = 4.018 - 2.30 - 1.022 = 0.696\ MeV$$

4- Les photons γ1 et γ2 sont émis en cascade lors du processus de la voie (2) donc pour ce mode :

$P_{\gamma 1}$ =$P_{\gamma 2}$ = 98%

Mais 2% de γ1 proviennent également du processus de la voie (1) alors : $P_{\gamma 1=}$ 2+98=100%

Le photon γ3 est lors de la désintégration de la voie (1) avec la probabilité $P_{\gamma 3}$=2%.

Alors au total nous avons les photons mono-énergétiques suivants :

Pγ1=100%, Pγ2=98% et Pγ3=2%.

Et

Eγ1= 0.99MeV, Eγ2= 2.3-0.99 =1.31MeV et Eγ3= 3.24-2.3=0.94MeV

5- L'émission β+ s'accompagne de l'annihilation du positron dans la matière suivant le processus suivant :

$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ avec Eγ=0.511MeV

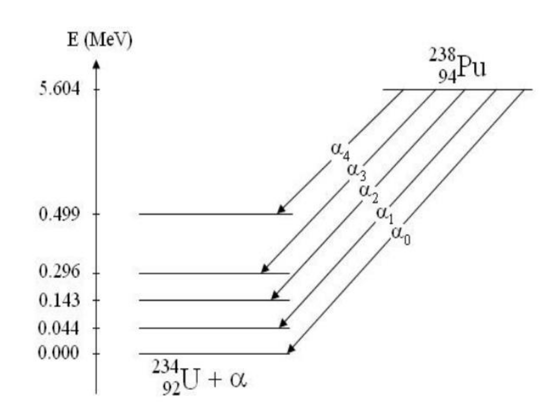
D'autre part l'émission d'un photon dont l'énergie est supérieure à 1.022MeV comme c'est le cas des photons γ2 et γ3 peut agir dans la matière pour la création d'une paire electron-positron suivant le processus :

$$\gamma \rightarrow e^{+} + e^{-}$$

Les positrons créés vont créer à leurs tours des photons de 0.511MeV après annihilation du

Exercice 7.

Soit le schéma de désintégration du Plutonium $^{238}_{94}Pu$



1) **Donner la valeur de l'énergie Q_α**
2) **Calculer et représenter dans ce schéma l'énergie réduite de désintégration de chaque groupe α.**
3) **Calculer l'énergie cinétique des différents groupes.**
4) **En supposant que toutes les transitions sont possibles, donner les énergies des rayonnements γ émis et identifier ceux qui sont émis en cascade.**

<u>Solution :</u>

1) l'énergie Q_α

$$Q_\alpha = M(Pu) - M(U) - M(\alpha) = 5.604MeV$$

2) Les énergies réduites de désintégration de chaque groupe α sont données par la relation

$$Q_\alpha^* = Q_\alpha^* - E_U^*$$

$Q_{\alpha_1}^* = 5.604 - 0.044 = 5.56MeV$

$Q_{\alpha_2}^* = 5.604 - 0.143 = 5.461MeV$

$Q_{\alpha_3}^* = 5.604 - 0.296 = 5.308MeV$

$Q_{\alpha_4}^* = 5.604 - 0.499 = 5.105MeV$

3) Pour le calcul de l'énergie cinétique des différents groupes nous utiliserons la relation :

$$T_\alpha = \frac{m_U}{m_U + m_\alpha} Q_\alpha^* \approx \frac{234}{234 + 4} Q_\alpha^* = 0.9832 * Q_\alpha^*$$

$T_{\alpha_0} = 0.9832 * 5.604 = 5.50592 MeV$

$T_{\alpha_1} = 0.9832 * 5.56 = 5.466592 MeV$

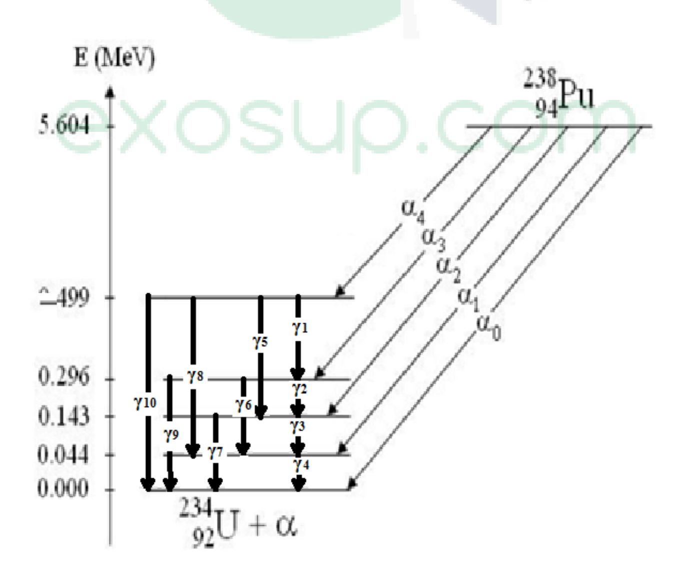
$T_{\alpha_2} = 0.9832 * 5.461 = 5.3692552 MeV$

$T_{\alpha_3} = 0.9832 * 5.308 = 5.2188256 MeV$

$T_{\alpha_4} = 0.9832 * 5.105 = 5.019236 MeV$

4) En supposant que toutes les transitions sont possibles on obtient 10 photons gammas :

$E_{\gamma 1} = 0.499 - 0.296 = 0.203 MeV$
$E_{\gamma 2} = 0.296 - 0.143 = 0.153 MeV$
$E_{\gamma 3} = 0.143 - 0.044 = 0.099 MeV$
$E_{\gamma 4} = 0.044 MeV$
$E_{\gamma 5} = 0.499 - 0.143 = 0.356 MeV$
$E_{\gamma 6} = 0.296 - 0.044 = 0.252 MeV$
$E_{\gamma 7} = 0.143 MeV$
$E_{\gamma 8} = 0.499 - 0.044 = 0.455 MeV$
$E_{\gamma 9} = 0.296 MeV$
$E_{\gamma 10} = 0.499 MeV$



Nous avons les possibilités de cascade suivante :

γ1→ γ2→ γ3→ γ4

γ1→ γ6→ γ4

γ1→ γ9

γ1→γ2→ γ7

$\gamma 5 \rightarrow \gamma 7$

$\gamma 8 \rightarrow \gamma 4$

$\gamma 5 \rightarrow \gamma 3 \rightarrow \gamma 4$

Exercice 8.

On considère une source radioactive de faible activité (2Bq).

1- **Calculer la probabilité du non désintégration de la source dans une période de *3s.***
2- **Calculer la probabilité d'observer une désintégration durant une période de *3s*.**

Solution :

A faible activité la radioactivité suit une loi de Poisson :

$$P(n) = \frac{m^n e^{-m}}{n!},$$

où m est la moyenne de la loi binomiale.

1- Pour une durée de 3s en moyenne on attend est 6 désintégrations (m=6).
La probabilité de non désintégration est donc :

$$P(0) = \frac{6^0 e^{-6}}{0!} = e^{-6}.$$

2- De même la probabilité pour observer une désintégration durant une période de *3s* est :

$$P(1) = \frac{6^1 e^{-6}}{1!} = 6e^{-6}.$$

Exercice 9.

Le corps humain contient 0,20% du potassium naturel dont le potassium radioactif ^{40}K représente 0,012%. Avec une période *T=1,25* milliard d'années.

1- **Calculer l'activité due au potassium d'une personne de 60Kg**
2- **Calculer la radioactivité totale de la population terrestre estimée à 6 milliards d'habitants.**

Solution :

1- La masse du potassium naturel *est :* $m_K = \frac{60*0.2}{100} = 0.12Kg$ *d*ont La fraction radioactive est donné par : $m_{40_K} = \frac{0.012*m_K}{100} = 0.0144g$.
Calculons le nombre de noyau de Potassium radioactif.

$$N_{^{40}K} = \frac{m_{40_K}}{M_{^{40}K}} * N_A = \frac{0.0144}{40} * 6.02.10^{23} = 2.1672\ 10^{20}$$

Ainsi l'activité du corps humain est obtenue par :

$$A = N_{^{40}K} * \lambda_{^{40}K} = N_{^{40}K} * \frac{\ln(2)}{T} = 2.1672\ 10^{20} * \frac{0.693}{1.25\ 10^{9} * 365 * 24 * 3600} = 3819Bq$$

Exprimé en Curie cette activité vaut :

$$A = \frac{3819}{3.7\ 10^{10}} = 0.1032\mu Ci$$

2- Si on suppose que tous les habitants ont la même masse, on peut déduire l'activité totale de la population terrestre :

$$A = 6.10^{9} * 0.1032\mu Ci = 619.2Ci$$

Exercice 10.

En 1983 fut découverte l'épave d'un drakkar dans la vase du port de Roskilde. Pour valider l'hypothèse indiquant que ce navire est d'origine viking, une datation au carbone *14* ($T_{1/2}$*=5770 ans*) est réalisée sur un échantillon de bois prélevé sur sa coque.

L'activité A mesurée pour cet échantillon est de 12,0 désintégrations par minute et par gramme de carbone. Or l'activité pour 1 gramme de carbone participant au cycle du dioxyde de carbone de l'atmosphère est égale à A_0 = 13,6 désintégrations par minute.

1- Justifier la variation d'activité d'un échantillon de bois au cours du temps.
2- Déterminer l'année de construction du bateau.
3- La période Viking s'étend du VIIIème siècle au XIème siècle (entre 700 et 1000 ans).
   L'hypothèse faite précédemment est-elle vérifiée.

<u>Solution :</u>

1- Le carbone 14 est produit en permanence dans la haute atmosphère par l'interaction des rayons cosmiques avec l'air selon le processus :

$$n + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{14}C + {}^{1}H$$

L'atome de carbone produit réagit rapidement avec l'oxygène pour former du CO_2

Pour les organismes vivant, Le rapport $^{14}C/C$ total est considéré comme uniforme vu les échanges (respiration) avec l'atmosphère.

À la mort d'un organisme (ici le bois), tout échange avec le milieu extérieur cesse mais le radiocarbone (^{14}C) initialement présent reste "piégé" et sa quantité se met à décroître exponentiellement selon le processus de la décroissance radioactive.

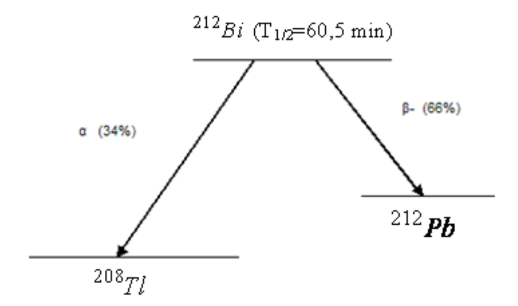
2- A partir de la variation de l'activité du carbone 14 donnée par : $A = A_0 e^{-\lambda t}$ on peut déterminer le temps qui s'ai écoulé après la construction du bateau.

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln(A_0/A) = \frac{T}{\ln(2)}\ln(A_0/A) = \frac{5770}{0.693}\ln(13.6/12) = 1042.12\ ans$$

3- L'année de construction du bateau est ainsi :$1983 - 1042.12 = 940.88$, l'hypothèse est donc bien vérifiée.

Exercice 11.

Le schéma de désintégration du ^{212}Bi est le suivant :



1- **Calculer les constantes de désintégration λ_α et λ_{β^-}.**

2- **Calculer la masse de ^{212}Bi qui correspond à une activité α de 3 10^7 Bq. Calculer l'activité β^- correspondante.**

3- **Calculer la masse de ^{212}Bi qui correspond à une activité totale (α + β^-) de 3.10^7Bq.**

Solution :

La constante de désintégration du Bismuth 212 est calculée à partir de sa demie vie T :

$$\lambda = \frac{0.963}{T} = \frac{0.693}{60.5 * 60} = 1.91\ 10^{-4} d/s$$

Or $R_\alpha = \lambda_\alpha/\lambda$ on déduit que $\lambda_\alpha = R_\alpha * \lambda = 0.34 * 1.91\ 10^{-4} = 0.6494\ 10^{-4} d/s$

De même on déduit que $\lambda_\beta = R_\beta * \lambda = 0.66 * 1.91\ 10^{-4} = 1.2606\ 10^{-4} d/s$

1- A partir de l'expression de l'activité $A = \lambda_\alpha * N$ on peut trouver le nombre de noyau du Bismuth 212.

$N = A/\lambda_\alpha$ d'où, on peut déterminer la masse : $m = \frac{N}{N_A} * M(^{212}Bi) = A/(\lambda_\alpha * N_A) * M(^{212}Bi)$

$$m = \frac{3\ 10^7}{0.6494\ 10^{-4} * 6.02\ 10^{23}} * 212 = 0.162\ \ 10^{-9} g$$

On peut calculer l'activité β^-par l'expression :

$$A = \lambda_{\beta^-} * N = \lambda_{\beta^-} * \frac{m}{M(Bi)} * N_A$$

$A = 1.2606\ 10^{-4} * 0.162\ \frac{10^{-9}}{212} * 6.02\ 10^{23} = 0.58\ 10^{8} d/s$

2- La masse de Bismuth nécessaire pour obtenir une activité totale (α + β⁻) de 3.10^7Bq.

$$m = \frac{A * M(^{212}Bi)}{\lambda \quad * N_A} = \frac{3.\,10^7 * 212}{1.91\ 10^{-4} * 6.02\ 10^{23}} = 55.31\ 10^{-12} g$$

Exercice 12.

On considère la filiation radioactive suivante :

$$^{47}Ca \xrightarrow{\lambda_1} {}^{47}Sc \xrightarrow{\lambda_2} {}^{47}Ti$$

Les périodes correspondantes sont T_1=4,56 jours et T_2=3,42 jours

1- **Calculer en jours le temps t_m où l'activité ^{47}Sc est maximale.**
2- **Calculer la limite du rapport R(t) et donner l'allure de la courbe représentant R(t) en fonction du temps.**
3- **A partir de quel instant environ on peut considérer R(t) constant ?**
4- **Représenter sur une même figure l'allure des courbes des activités A_2(t) et A_1(t) en fonction du temps.**

<u>Solution :</u>

On considère la filiation radioactive suivante :

$$^{47}Ca \xrightarrow{\lambda_1} {}^{47}Sc \xrightarrow{\lambda_2} {}^{47}Ti$$

Les périodes correspondantes sont T_1=4,56 jours et T_2=3,42 jours

1- La variation de l'activité du Scandium est donnée par :

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t)$$

Or $N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$

Alors

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$dN_2 + \lambda_2 N_2(t) = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

En multipliant cette équation à droite et à gauche par $e^{\lambda_2 t}$ on obtient :

$$d(N_2(t) e^{\lambda_2 t}) = \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

Par intégration on trouve que :

$$N_2(t) e^{\lambda_2 t} = (\lambda_1 N_{10})/(\lambda_2 - \lambda_1) * (e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1)$$

Ainsi

$$N_2(t) = \frac{(\lambda_1 N_{10})}{(\lambda_2 - \lambda_1)} * (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Ou en termes d'activité nous avons :

$$A_2(t) = \frac{(\lambda_2 A_1)}{(\lambda_2 - \lambda_1)} * (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

L'activité du Scandium est maximal pour : $\frac{d(A_2)}{dt} = 0$

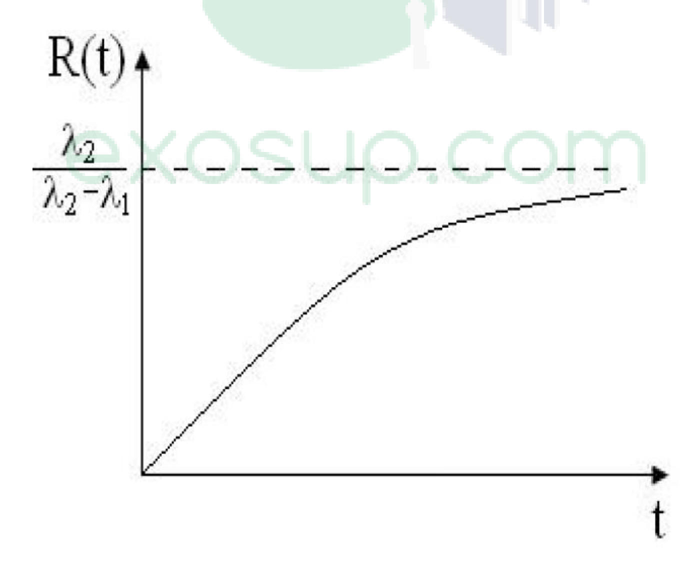
$$t_m = \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\ln(T_1/T_2)}{\ln(2)(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})} = \frac{\ln\left(\frac{4.56}{3.42}\right)}{0.693 * (\frac{1}{3.42} - \frac{1}{4.56})} = 5.689\ jours$$

5- Calculons le rapport R(t) :

$$R(t) = \frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$

Comme $\lambda_2 > \lambda_1$ on a :

$$\lim_{t\to\infty} R(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$



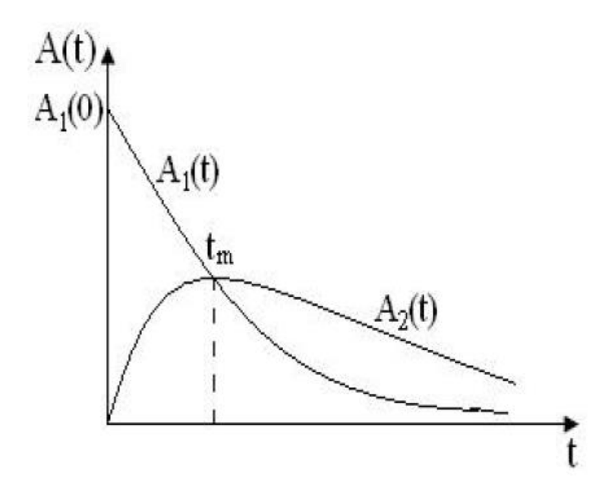
6-

$$R(t) = \frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$

On peut considérer que le rapport est constant à partir de l'instant :

$$t = \frac{10}{(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{10}{0.693 * \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)} = 197.4 jours$$

Et le rapport tend vers la valeur de l'équilibre du régime $R(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$



Exercice 13.

L'irradiation du Niobium $^{93}_{41}Nb$ par neutrons donne deux isomères du Niobium $^{94g}_{41}Nb$ et $^{94m}_{41}Nb$ de périodes 210^4 ans et 6,3 min respectivement. Avec, g= état fondamental, m = état métastable.

- Le premier isomère se désintègre par émission β^- avec une énergie maximale $E_{\beta^-_{max}} = 0,61 MeV$, l'émission en cascade de deux gammas d'énergie 0,702 MeV et 0,871 MeV .

- Le second isomère produit un spectre d'énergie β^- d'énergie maximale $E_{\beta^-_{max}} = 1,35 MeV$ suivi de l'émission d'un gamma d'énergie *0,871 MeV.*

1- **Quel est le noyau fils obtenu après émission β^-?**
2- **Construire un diagramme des niveaux d'énergie nucléaire du Niobium et de son produit de désintégration.**
3- **Calculer la différence d'énergie entre les deux états du Niobium.**

Solution :

L'irradiation du Niobium $^{93}_{41}Nb$ par neutrons donne deux isomères du Niobium $^{94g}_{41}Nb$ et $^{94m}_{41}Nb$

de périodes 210^4 ans et 6,3 min respectivement. Avec, g= état fondamental, m = état métastable.

- Le premier isomère se désintègre par émission β^- avec une énergie maximale $E_{\beta^-_{max}} = 0{,}61 MeV$, l'émission en cascade de deux gammas d'énergie 0,702 MeV et 0,871 MeV .

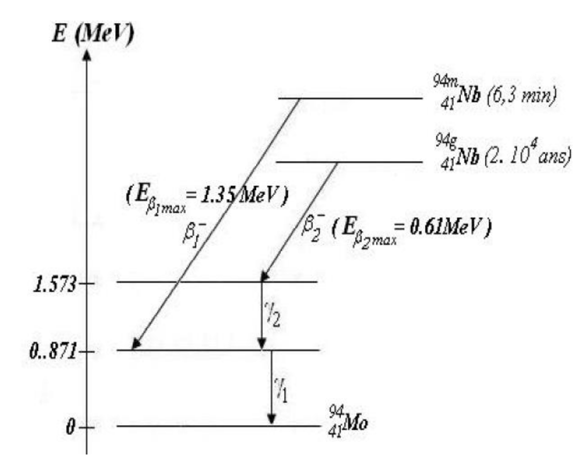
- Le second isomère produit un spectre d'énergie β^- d'énergie maximale $E_{\beta^-_{max}} = 1{,}35 MeV$ suivi de l'émission d'un gamma d'énergie *0,871 MeV.*

1- La désintégration β^- du Niobium :

$$^{94}_{41}\text{Nb} \rightarrow {}^{94}_{42}X + e^- + \bar{\nu}_e$$

Le noyau fils est celui du Molybdène.

2- Spectre de la désintégration du Niobium.



4- A partir du digramme on peut déduire la différence d'énergie entre les deux états du Niobium.

$$\Delta E = E_{\beta_1} - E_{\beta_2} - E_{\gamma_2} = 1.35 - 0.61 - 0.702$$

$$\Delta E = 0.038MeV$$

Exercice 14.

La perte d'énergie d'une particule de charge ze et de vitesse v dans un matériau de numéro atomique Z possédant N atomes par unité de volume est donnée dans le système unité international (S.I) par l'expression :

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{4\pi e^4 z^2 NZ}{m_e v^2} Log\left[\frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)}\right]$$

1- **Calculer la perte d'énergie (-dE/dx) en MeV/cm pour une particule alpha de 10MeV dans l'aluminium.**
On donne : Z = 13, A = 27, I = 150 eV, $\rho = 2.7g/cm^3$ et $m_\alpha = 3728.34MeV$

2- **Supposons que la perte d'énergie : (-dE/dx) est 50KeV/cm pour un proton de 10MeV dans l'air, quelle est cette même quantité pour les particules alpha de 40MeV ?**
3- **Montrer que les particules _ et des protons ayant la même vitesse relativiste initiale ont approximativement le même parcours dans n'importe quel milieu.**
4- **4. On considère deux particules de masses m1 et m2 de charges z1e et z2e et ayant même vitesse initiale v0. Quelle est la relation entre leurs parcours R1 et R2.**

<u>Solution :</u>

1- Vu que $T_\alpha \ll m_\alpha . c^2$ la particule est classique, on peut également vérifier cela en calculant le paramètreβ.

A partir de l’expression de l’énergie cinétique $T_\alpha = \frac{1}{2}m_\alpha {V_\alpha}^2 = \frac{1}{2}m_\alpha c^2\beta^2$ on peut déduire la valeur du paramètreβ.

$$\beta^2 = \frac{2T_\alpha}{m_\alpha c^2} = 0.0053 \text{ et } \beta = 0.073$$

Le nombre des électrons par unité de volume est donné par :

$$N = \frac{\rho N_A}{A} = 6.023\ 10^{28}\ atomes/m^3$$

Dans l'expression du pouvoir d'arrêt nous allons considérer que $m_e V^2 = m_e C^2 \beta^2$

$$-\frac{dE}{dx} = (9.10^9)^2 \frac{4\pi(1.6\ 10^{-19})^4 2^2 6.023\ 10^{28} 13}{0.511\ 10^6 1.6\ 10^{-19} 0.0053} Log\left[\frac{2\ 0.511\ 10^6 1.6\ 10^{-19} 0.0053}{150(1-0.0053)}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = 4.814\ 10^{-9} Log[36.3] = 1.73 10^{-8} J.m^{-1} = 1.08\ 10^3 MeV.cm^{-1}$$

2- Vu les énergies cinétiques des deux particules, on peut considérer un traitement classique comme dans la question 1.

Les deux particules ont la même vitesse : En effet : ${V_\alpha}^2 = \frac{2T_\alpha}{m_\alpha} = \frac{2*4T_p}{4.m_p} = \frac{2*T_p}{m_p} = {V_p}^2$

Alors :$S_\alpha = \frac{{z_\alpha}^2}{{z_p}^2} S_p$

$$S_\alpha = 4.S_p = 200keV/cm$$

3- Les deux particules sont maintenant relativistes.

Le parcours moyen est donné par : $\bar{R} = \int_0^{\bar{R}} dx = \int_{E_0}^{0} \frac{dx}{dE} dE = -\int_0^{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE = \int_0^{E_0} (S)^{-1} dE$

Nous allons procéder à un changement de variable sachant que le pouvoir d'arrêt dépond de la vitesse du projectile.

$$E = E_T - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 (\gamma - 1)$$

$$dE = m_0 c^2 d\gamma = m_0 \gamma^3 v dv$$

Avec ce changement de variable le parcours devient :

$$\bar{R} = \frac{(4\pi\varepsilon_0)^2 m_e}{4\pi e^4 NZ} * \frac{M_0}{z^2} \int_0^{v_0} \frac{\gamma^3 v^3 dv}{\log(\frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)})}$$

Qu'on peut aussi écrire sous la forme : $\bar{R} = K * \frac{M_0}{z^2}$, avec $K = \frac{(4\pi\varepsilon_0)^2 m_e}{4\pi e^4 NZ} \int_0^{v_0} \frac{\gamma^3 v^3 dv}{\log(\frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)})}$

Si maintenant on calcule le rapport

$$\frac{\overline{R_\alpha}}{\bar{R}_p} = \frac{M_\alpha}{{z^2}_\alpha} * \frac{{z^2}_p}{M_p} = 1$$

Donc les deux particules ont le même parcours dans la matière.

4- En général si les deux particules ont la même vitesse le rapport entre les parcours de ces particules est donné par la relation qu'on a démontrée au niveau de la question 3.

$$\frac{\overline{R}_1}{\overline{R}_2} = \frac{M_1}{z^2{}_1} * \frac{z^2{}_2}{M_2}$$

Exercice 15.

Calculer l'ionisation spécifique d'une particule alpha de 4MeV traversant de l'argon dans les conditions normales de température et de pression.

On donne I = 230 eV , W = 26 eV, $\frac{e^2}{\bar{h}c} = 1/137,\ \bar{h}c = 197 MeV.Fm, m_\alpha = 3728.34 MeV$ **et Z=18.**

Solution :

Le fait que l'argon est considéré dans les conditions normales de température et de pression, le nombre d'atome par unité de volume est donné par :

$$N = \frac{1\,mol}{22.4\,l} = \frac{N_A}{22.4\ 10^3\ cm^3} = 27\ 10^{24}\ atome/m^3$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{4\pi e^4 z^2 NZ}{m_e v^2} Log\left[\frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)}\right]$$

Puisque la particule est classique on peut aussi écrire le pouvoir d'arrêt sous la forme :

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{4\pi e^4 z^2\ M_\alpha\ NZ}{m_e 2\ E} Log\left[\frac{2m_e 2E}{IM_\alpha}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{2\ \pi e^4 z^2\ M_\alpha\ NZ}{m_e\ E} Log\left[\frac{4m_e E}{IM_\alpha}\right]$$

Calcul I

$$-\frac{dE}{dx} = (9\ 10^9)^2\frac{2\ 3.14\ (1.6\ 10^{-19})^4 2^2\ 3728.34\ 27\ 10^{24}\ 18}{0.511\ 4\ 10^6\ 1.6\ 10^{-19}} Log\left[\frac{4\ 0.511\ 4}{230\ 10^{-6}\ 3728.34}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = 0.74\ 10^{-11} * 2.55 \approx 1.88\frac{10^{-11}J}{m} = 1.175 MeV/cm$$

Avec ça on obtient l'ionisation spécifique suivante :

$$I_S = \frac{-\frac{dE}{dx}}{W} \approx \frac{1.175\ 10^6}{26} = 45192\ (ion, electron)/cm$$

Calcul II

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{2\,\pi e^4 z^2\, M_\alpha\, NZ}{m_e\, E} Log\left[\frac{4m_e E}{IM_\alpha}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{2\,\pi (e^2/\bar{h}c)^2(\bar{h}c)^2 z^2\, M_\alpha c^2\, NZ}{m_e c^2\, E} Log\left[\frac{4m_e E}{IM_\alpha}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\,\pi(1/137)^2(197\;10^{-15})^2 2^2\;3728.34\;18\;\;27\;10^{24}}{0.511\;4} Log\left[\frac{4\;0.511\;4}{230\;10^{-6}\;3728.34}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = 1.175 MeV/cm$$

L'ionisation spécifique est ainsi :

$$I_S = \frac{-\frac{dE}{dx}}{W} \approx \frac{1.175\;10^6}{26} = 45192\;(ion, electron)/cm$$

Exercice 16.

Considérant la collision élastique d'un photon avec un électron libre au repos (effet Compton). Dans le repère du laboratoire :

1- **Ecrire l'équation de la conservation de l'énergie et celle de la quantité de mouvement.**

2- **Déduire le déplacement Compton ($\Delta\lambda$) en fonction de la direction du photon ϑ.**

3- **Calculer $\Delta\lambda$ pour ϑ=π/2.**

4- **Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'électron en fonction de l'énergie du photon incident. Et l'angle d'éjection de l'électron.**

Exercice 17.

Soit un neutron de masse M_1, de vitesse initiale V_0 et d'énergie cinétique initiale T_0 dans le système du laboratoire *(R)*.

1- **Rappeler les mécanismes de perte d'énergie des neutrons dans la matière.**
2- **Comment peut-on détecter les neutrons ? Donner un exemple des détecteurs à neutrons.**
3- **Montrer que la vitesse V_1 du neutron dans *(R)* après un choc élastique avec un noyau de masse M_2 est donnée par :**

$$V_1 = V_0\sqrt{1 - \frac{4M_0^2}{M_1 M_2}\sin^2(\theta/2)},$$

où θ est l'angle de diffusion du neutron dans le système du centre de masse et M_0 est la masse réduite.

4- **Déterminer la perte d'énergie T_0-T_1 en fonction de θ.**
5- **Calculer la masse du noyau cible ralentisseur pour avoir la maximum de perte d'énergie au cours d'une collision.**
6- **Calculer la perte d'énergie d'un neutron d'énergie cinétique initiale de 4MeV lors d'un choc sur : (a) Un atome d'hydrogène de masse 1 uma**
(b) Un atome d'hydrogène de masse 12 uma